

# Das europäische Gravitationszonenkonzept nach WELMEC für eichpflichtige Waagen<sup>\*)</sup>

*Roman Schwartz, Andreas Lindau*

Physikalisch-Technische Bundesanstalt, Braunschweig

<sup>\*)</sup> Überarbeitete deutsche Fassung eines Vortrags bei der 18. IMEKO-TC3-Konferenz in Celle [1]

## Zusammenfassung

Von WELMEC [(Western) European Cooperation in Legal Metrology] ist vor einiger Zeit ein europaweit einheitliches Gravitationszonenkonzept für eichpflichtige Waagen entwickelt worden. Es ist unabhängig von politischen bzw. verwaltungstechnischen Grenzen und wird von allen WELMEC-Mitgliedsstaaten ungeachtet eventuell bestehender nationaler Regelungen anerkannt. Es bietet Herstellern die Möglichkeit, Waagen am Herstellungsort für eine beliebige, individuell festgelegte Gravitationszone in Europa nach einer einheitlichen Fallbeschleunigungsformel zu justieren. Die Gravitationszonen werden dabei in Abhängigkeit von der geographischen Breite  $j$ , der Höhe über dem Meeresspiegel  $h$  und der Fehlergrenze der betreffenden Waage definiert. Das neue Konzept wird vorgestellt und anhand praktischer Beispiele erläutert. Die Fallbeschleunigungsformel wird durch Auswertung von Schweredaten aus einer europäischen Gravitationsdatenbank verifiziert.

## Abstract

A European gravity zone concept has been developed by WELMEC, the European Cooperation in Legal Metrology. This concept is independent of political or administrative borders. If it is chosen by a manufacturer as an optional system it will be accepted by all WELMEC member states regardless of existing national regulations concerning gravity zones. It offers manufacturers the possibility to finally adjust the weighing instruments at the place of production. The new concept is based on a standardised gravity formula and on individual gravity zones defined in terms of the geographical latitude  $j$ , the height above sea level  $h$  and the maximum permissible error of the respective weighing instrument. The new concept is presented and illustrated by practical examples. The gravity formula has been verified by an analysis of gravity data taken from a European data base.

## 1 Einfluss der Fallbeschleunigung auf genaue Wägungen

Die örtliche Fallbeschleunigung spielt bei der Präzisionsmessung vieler mechanischer Größen eine Rolle. Vor allem moderne elektronische Waagen mit relativen Unsicherheiten bis  $10^{-7}$  und darunter reagieren empfindlich auf Gravitationsänderungen in Abhängigkeit von der geographischen Breite  $j$  und der Höhe über dem Meeresspiegel  $h$ . Sowohl Präzisionswaagen (relative Unsicherheiten  $< 10^{-4}$ ) als auch Handelswaagen, d.h. Waagen mittlerer Genauigkeit (relative Unsicherheiten etwa  $10^{-3}$  bis  $10^{-4}$ ) müssen daher an ihrem Gebrauchsort justiert werden. Dies ist in der Regel kein Problem bei Präzisionswaagen im Laborbereich, die entweder über ein eingebautes Justiergewicht verfügen oder mit einem externen, kalibrierten Präzisionsgewicht justiert werden.

Handelswaagen hingegen werden in großer Anzahl im geschäftlichen Verkehr in Industrie und Handel eingesetzt, d.h. für eichpflichtige Anwendungen. Hier ist das Problem, dass eingebaute Justiergewichte vom kommerziellen Standpunkt aus zu teuer sind und Justierungen mit externen Gewichten am Gebrauchsort der Waage nur von autorisierten

Personen, z.B. Instandsetzern oder Eichbeamten, vorgenommen werden dürfen. Daher sehen die europäischen Regelungen eine Eichung in zwei Stufen vor [2]: die erste umfasst alle von der Fallbeschleunigung abhängigen Prüfungen, die beim Hersteller durchgeführt werden können, und die zweite stellt im Wesentlichen die endgültige Justierung am Gebrauchsort durch eine autorisierte Person dar. Nur wenn Gravitationszonen in dem entsprechenden Land festgelegt sind und die Waage mit einer Gravitationszone gekennzeichnet ist, kann die Waage bereits beim Hersteller endgültig justiert werden und der Benutzer darf sie innerhalb dieser Zone frei bewegen, ohne dass eine erneute Justierung erforderlich wird.

## 2 Nationale Regelungen für Gravitationszonen

Es gibt nur wenige Länder in Europa, darunter Deutschland [3], Italien [4] und Österreich [5], die national Gravitationszonen mit mittleren Fallbeschleunigungswerten in Abhängigkeit von der Waagengenauigkeit festgelegt haben, s. Bild 1.



Bild 1: Europäische Länder mit nationalen Regelungen für Gravitationszonen [5]

Die Definition ausreichend großer Gravitationszonen ist möglich, weil die globalen Fallbeschleunigungsänderungen relativ gering sind: Bei einer konstanten Höhe  $h$  beträgt die größte Änderung  $\Delta g_{\text{Pol-Äquator}}$  nur etwa  $0,05 \text{ ms}^{-2}$  bzw.  $0,5 \%$  relativ. Umgekehrt nimmt der Fallbeschleunigungswert bei konstanter geographischer Breite  $j$  pro  $1000 \text{ m}$  Anstieg der Höhe  $h$  nur um etwa  $0,003 \text{ ms}^{-2}$  bzw.  $0,03\%$  ab. Die Definition von Gravitationszonen ist daher vor allem für Länder mit einer großen Nord-Süd-Ausdehnung oder mit einer rauhen Topographie wichtig. Außerdem hängt die Größe und Anzahl von Gravitationszonen vom Anteil der Fehlergrenze ab, den man einer Waage zugesteht, wenn sie innerhalb einer Zone bewegt wird. In Deutschland und Italien wird folgendes Kriterium angewandt:

$$\Delta g / g \leq mpe / (n \cdot e), \quad (1)$$

wobei  $\Delta g / g$  die zulässige relative Änderung von  $g$ ,  $mpe$  die Fehlergrenze der betreffenden Waage und  $n$  die Anzahl ihrer Eichwerte  $e$  ist ( $n = \text{Höchstlast } Max \text{ geteilt durch den Eichwert } e$ ; dieser entspricht bei elektronischen Waagen in der Regel der digitalen Auflösung  $d$ ).

Tabelle 1 zeigt am Beispiel von Deutschland und Italien, wie die maximale Teilezahl  $n$  von der Genauigkeitsklasse (II oder III) abhängt und davon, ob die Waage für einen Einsatz im ganzen Land, in zwei benachbarten Zonen oder in einer einzelnen Zone vorgesehen ist, wovon die relative Änderung  $\Delta g / g$  abhängt. Die Tabelle zeigt, dass die Werte für  $\Delta g / g$  in beiden Ländern sehr ähnlich sind, die nationalen Regelungen in diesem Fall also nahezu identisch sind.

| Deutschland       | $\Delta g/g$  | $n$         |              |
|-------------------|---------------|-------------|--------------|
|                   |               | Klasse II   | Klasse III   |
| Land              | $\pm 0,00050$ | $\leq 1000$ | $\leq 3000$  |
| Benachbarte Zonen | $\pm 0,00034$ | $\leq 2000$ | $\leq 5000$  |
| Einzelzone        | $\pm 0,00021$ | $\leq 3300$ | $\leq 10000$ |
| Italien           | $\Delta g/g$  | $n$         |              |
|                   |               | Klasse II   | Klasse III   |
| Land              | $\pm 0,00051$ | $\leq 1000$ | $\leq 3000$  |
| Benachbarte Zonen | $\pm 0,00036$ | $\leq 2000$ | $\leq 5000$  |
| Einzelzone        | $\pm 0,00022$ | $\leq 3300$ | $\leq 8000$  |

Tabelle 1: Zulässige relative Änderungen  $\Delta g/g$  und maximale Teilezahl  $n$  für Waagen der Genauigkeitsklassen II und III nach den in Deutschland [3] und Italien [4] geltenden nationalen Regelungen

Nationale Regelungen für Gravitationszonen werden üblicherweise an bestehende politische bzw. verwaltungstechnische Grenzen angepasst und nicht allein nach geographischen oder physikalischen Gesichtspunkten festgelegt, wie Bild 2 am Beispiel von Deutschland und Italien zeigt.

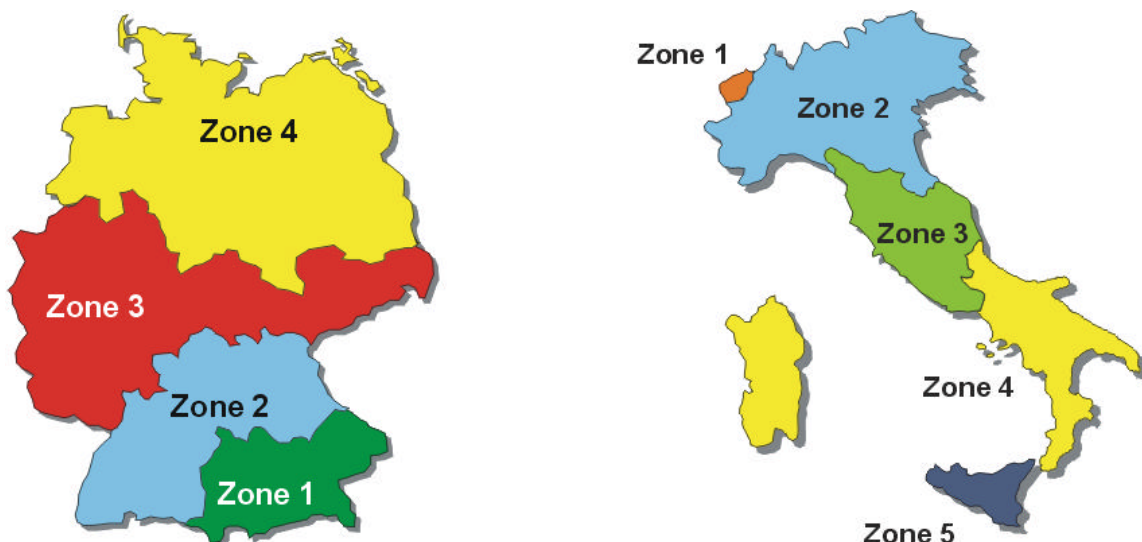


Bild 2: Gravitationszonen in Deutschland und Italien auf der Grundlage politischer bzw. verwaltungstechnischer Grenzen

### 3 Das europäische Gravitationszonenkonzept

Im Jahr 2000 wurde von der WELMEC-Arbeitsgruppe 2 ein neues, europaweit einheitliches Gravitationszonenkonzept entwickelt und veröffentlicht [6]. Dieses Konzept kann in Ländern mit oder ohne nationale Regelungen über Gravitationszonen angewendet werden. Es ist von politischen oder verwaltungstechnischen Grenzen unabhängig und beruht auf

- (1) der Festlegung einer individuellen Gravitationszone für eine Waage, wobei die Zone nur von den physikalischen Einflussfaktoren  $j$  und  $h$  und der Genauigkeit der betreffenden Waage abhängt,
- (2) einer einheitlichen Fallbeschleunigungsformel zur Berechnung des Bezugswertes  $g_R$ , auf den die Waage justiert wird, s. Gl. (2),
- (3) einem einheitlichen Kriterium zur Berechnung der größten zulässigen Änderung  $\Delta g/g$  in Abhängigkeit von der Fehlergrenze der betreffenden Waage.

Eine Gravitationszone – die den vorgesehenen Gebrauchsort der Waage enthält - wird als der Streifen definiert, der durch einen nördlichen und einen südlichen Breitengrad,  $j_1$  und  $j_2$ , und durch eine obere und eine untere Grenze der Höhe über dem Meeresspiegel,  $h_1$  und  $h_2$ , begrenzt wird. Um die Übersichtlichkeit zu wahren, müssen die Werte für  $j$  als Vielfache von  $1^\circ$  (als Ausnahme ist auch  $0,5^\circ$  zulässig) und die Werte für  $h$  als Vielfache von 100 m gewählt werden.

Der Bezugswert für die Fallbeschleunigung  $g_R$  dieser Zone wird dann in Bezug auf die mittlere geographische Breite  $j_m$  und die mittlere Höhe über dem Meeresspiegel  $h_m$  nach der Fallbeschleunigungsformel

$$g_R = 9,780318 (1 + 0,0053024 \sin^2 j - 0,0000058 \sin^2 2j) - 0,000003085 h \text{ m s}^{-2} \quad (2)$$

berechnet [7,8]. Gl. (2) basiert auf einer Empfehlung der International Association of Geodesy (IAG) von 1967 [9] und ist aus der Definition des sogenannten Normalschwerefeldes abgeleitet, das eine sehr gute globale Näherung an das Schwerefeld der Erde darstellt, s. Bild 3. Die Unsicherheiten und erwarteten Abweichungen von dieser Näherung in Bezug auf genaue Fallbeschleunigungsmessungen werden in Abschnitt 4 behandelt.

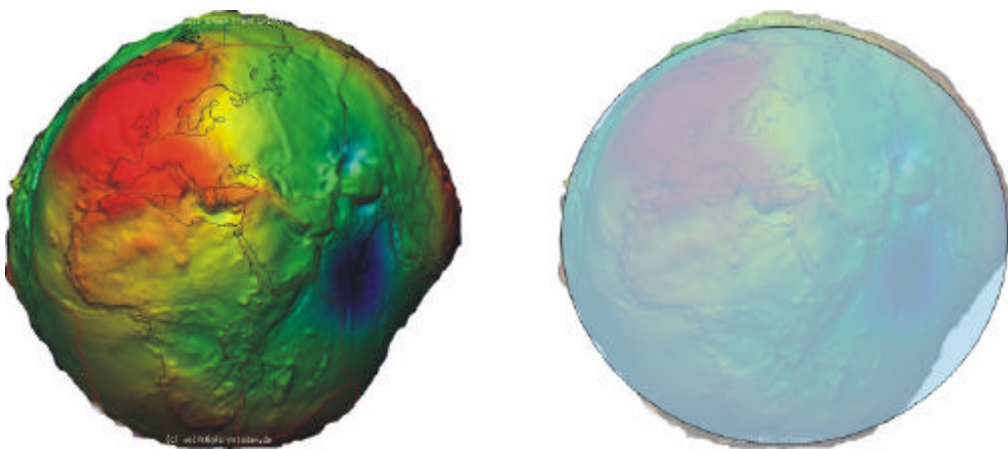


Bild 3: Links: Tatsächliche Form der Erde (Geoid) (Quelle: GeoForschungsZentrum Potsdam); rechts: angenäherte Form (Rotationsellipsoid) zur Berechnung des Normalschwerefeldes

Die höchstzulässige Änderung  $\Delta g/g$  wird im WELMEC-Konzept unter Verwendung des folgenden Kriteriums berechnet:

$$n (\Delta g_\phi + \Delta g_h) / g_R \leq mpe / (3e) \quad (3)$$

Hierin bedeuten  $\Delta g_\phi$  und  $\Delta g_h$  die maximalen Fallbeschleunigungsänderungen durch Variation von  $j$  und  $h$ . Ein Vergleich von Gl. (3) und Gl. (1) zeigt sofort, dass das WELMEC-Kriterium um den Faktor 3 strenger ist als die erwähnten nationalen Kriterien. Hierdurch wird die vollständige Kompatibilität mit bestehenden nationalen Regelungen erreicht, was eine wesentliche Voraussetzung Bedingung für die Akzeptanz des neuen Konzeptes durch alle WELMEC-Mitgliedstaaten war. Es wird jedoch noch einmal betont, dass das WELMEC-Konzept ein optionales System darstellt, das dem Hersteller eine in ganz Europa akzeptierte Lösung bietet, die er wählen kann, aber nicht muss. Der Hersteller kann nach wie vor das herkömmliche zweistufige Verfahren wählen oder in den Ländern, die Gravitationszonen festgelegt haben, deren nationalen Regelungen anwenden.

Der Vollständigkeit halber ist zu erwähnen, dass Gl. (3) streng genommen für  $1000 \leq n \leq 2000$  und  $n \geq 3000$  (Waagen der Klasse III) gilt. Für  $n < 1000$  muss in Gl. (3) der feste Wert  $n = 1000$  und für  $2000 < n < 3000$  der feste Wert  $n = 2000$  eingesetzt werden sowie in beiden Fällen die Fehlergrenze  $mpe = 1e$ .

|  |  |
|--|--|
| <b>Das vollständige Verfahren nach WELMEC zur Festlegung einer Gravitationszone für eine gegebene Waage beinhaltet die folgenden 3 Schritte:</b>             |  |
| <b>(A) Festlegung geeigneter Zonenbegrenzungen:</b>  |  |
| $j_1, j_2$   | Geographische Breiten der Zonenbegrenzungen, als Vielfache von $1^\circ$ ( $0,5^\circ$ ) |
| $h_1, h_2$   | Höhen über dem Meeresspiegel, als Vielfache von 100 m                                    |
| <b>(B) Berechnung der maximalen Fallbeschleunigungsänderungen in der festgelegten Zone:</b>  |  |
| $j_m = \frac{1}{2}(j_1 + j_2)$   | Mittelwert der geographischen Breite $j$   |
| $h_m = \frac{1}{2}(h_1 + h_2)$   | Mittelwert der Höhe $h$  |
| $g_R = g(j_m, h_m)$  | Bezugswert der Fallbeschleunigung in der Zone  |
| $\Delta g_\phi = \frac{1}{2} g(j_1, h_m) - g(j_2, h_m) $   | Maximale Änderung aufgrund Variation von $j$ (4)   |
| $\Delta g_h = \frac{1}{2} g(j_m, h_1) - g(j_m, h_2) $  | Maximale Änderung aufgrund Variation von $h$ (5)   |
| <b>(C) Überprüfung unter Verwendung von Gl. (3), ob die höchstzulässige relative Änderung <math>(\Delta g_j + \Delta g_h) / g_R</math> eingehalten wird.</b> |  |

Aufgrund der Gleichungen (3), (4) und (5) kann ein breiterer Streifen ( $j_1 - j_2$ ) durch Wahl von engeren Grenzen für  $h$  kompensiert werden und umgekehrt. Der entscheidende Faktor für die Größe einer Gravitationszone ist jedoch die Fehlergrenze  $mpe$  der Waage selbst. Tabelle 2 zeigt Beispiele möglicher Gravitationszonen für drei Waagen unterschiedlicher Genauigkeit, als deren Aufstellungsort der Großraum Paris angenommen wurde. Bild 4 zeigt am Beispiel 2 (Waage der Klasse III mit  $n = 3000$ ), dass die Gravitations"zone" in Wirklichkeit

ein kreisförmiges Band um die Erde darstellt, hier also ein Band zwischen den Breitengraden  $j_1 = 48^\circ$  und  $j_2 = 50^\circ$  mit dem Höhenbereich 0 m bis 400 m. Diese Gravitationszone muss auf dem Kennzeichnungsschild der Waage in der Form 48-50:0-400 (oder 48-50≐0-400) angegeben sein. Alternativ ist auch die Anzeige der Zone auf dem Waagendisplay erlaubt.

Das Beispiel verdeutlicht, dass es beim WELMEC-Konzept nicht nötig ist, den genauen Aufstellungsort der Waage bzw. dessen örtliche Fallbeschleunigung  $g$  zu kennen. Vielmehr genügt es, die Waage auf die mittlere Fallbeschleunigung der vorgesehenen Zone, d.h. den Bezugswert  $g_R$  (s. Tabelle 2) zu justieren und darauf zu achten, dass sich der Aufstellungsort innerhalb der auf der Waage angegebenen Zone befindet.

| Waage                                     | Klasse III  |             | Klasse II   |
|---|-------------|-------------|-------------|
| Beispiel                                  | 1           | 2           | 3           |
| Teilzahl<br>$n$                           | 1000        | 3000        | 10000       |
| Fehlergrenze<br>$mpe$                     | 1,0 $e$     | 1,5 $e$     | 1,0 $e$     |
| $j_1$ [°]                                 | 47          | 48          | 49          |
| $j_2$ [°]                                 | 51          | 50          | 49,5        |
| $h_1$ [m]                                 | 0           | 0           | 0           |
| $h_2$ [m]                                 | 800         | 400         | 100         |
| $j_m$ [°]                                 | 49          | 49          | 49,25       |
| $h_m$ [m]                                 | 400         | 200         | 50          |
| $g_R$ [m s <sup>-2</sup> ]                | 9,808567    | 9,809184    | 9,809870    |
| $g(j_1, h_m)$ [m s <sup>-2</sup> ]        | 9,806766    | 9,808285    | 9,809646    |
| $g(j_2, h_m)$ [m s <sup>-2</sup> ]        | 9,810350    | 9,810078    | 9,810094    |
| $g(j_m, h_1)$ [m s <sup>-2</sup> ]        | 9,809801    | 9,809801    | 9,810025    |
| $g(j_m, h_2)$ [m s <sup>-2</sup> ]        | 9,807333    | 9,808567    | 9,809716    |
| $Dg_j$ [m s <sup>-2</sup> ]               | 0,001792    | 0,000897    | 0,000224    |
| $Dg_h$ [m s <sup>-2</sup> ]               | 0,001234    | 0,000617    | 0,000154    |
| $n (Dg_j + Dg_h) / g_R$<br>£ $mpe / (3e)$ | 0,31 £ 0,33 | 0,46 £ 0,50 | 0,39 > 0,33 |

Tabelle 2: Beispiele zur Definition von Gravitationszonen nach dem WELMEC-Verfahren für drei verschiedene Waagenarten

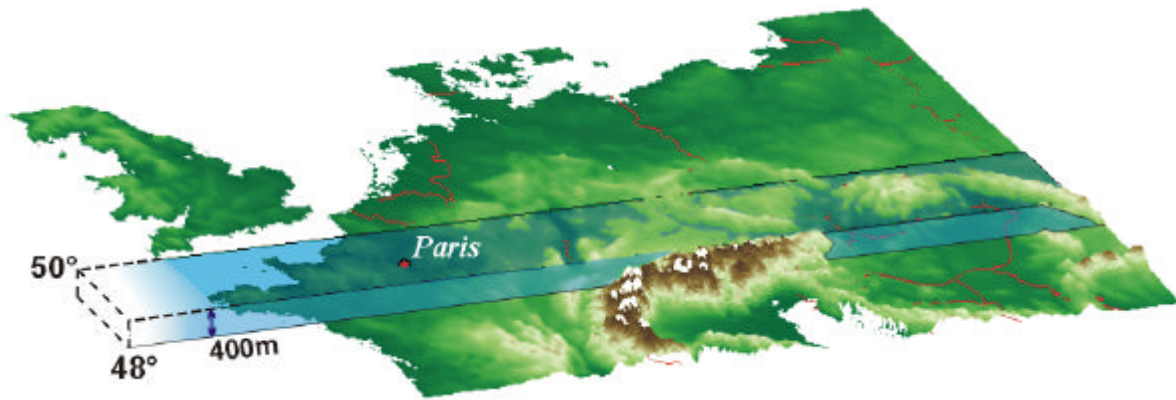


Bild 4: Beispiel einer möglichen Gravitationszone (Band) für eine Waage der Klasse III, die im Großraum Paris aufgestellt werden soll (s. Beispiel 2 in Tabelle 2)

Beispiel 3 in Tabelle 2 verdeutlicht, dass das WELMEC-Konzept praktisch auf Waagen der Klasse III beschränkt ist. Denn für Waagen der Klasse II wird das strenge Kriterium nach Gl. (3) bereits für die kleinstmögliche Zone ( $\Delta j = 0,5^\circ$ ,  $\Delta h = 100$  m) bei einer Anzahl der Teilungswerte von  $n = 10000$  überschritten. Bei Waagen der Klasse III ist dagegen der Einfluss der Fallbeschleunigung vernachlässigbar.

Der Vollständigkeit halber sei erwähnt, dass das WELMEC-Konzept statt der Angabe einer Gravitationszone auch die Angabe des Referenzwertes  $g_R$  mit einem oberen und unteren Grenzwert für die maximale Abweichung von  $g_R$  erlaubt.

#### 4 Unsicherheitsbetrachtungen

Den entscheidenden Unsicherheitsfaktor im neuen Gravitationszonenkonzept stellt die Normalschwereformel, Gl. (2), dar. Sie beinhaltet eine Näherung des Schwerfeldes der Erde, das sowohl von der geographischen Breite als auch von der Höhe beeinflusst wird. Diese beiden Komponenten teilen die lineare Formel im Grunde in zwei Teile auf. Die erste Komponente hängt nur von der geographischen Breite  $j$  ab und ist als vereinfachte Reihenentwicklung anzusehen. Die IAG empfiehlt diese Reihenentwicklung für Anwendungen mit relativen Unsicherheiten größer als  $5 \cdot 10^{-7}$ , zu denen auch das WELMEC-Gravitationszonenkonzept gehört. Mit Reihenentwicklungen höherer Ordnung können sogar relative Unsicherheiten bis  $1 \cdot 10^{-9}$  erreicht werden. Dies zeigt, dass der Unsicherheitsbeitrag der ersten Komponente hier vernachlässigt werden kann.

Der zweite Teil muss dagegen kritischer betrachtet werden, da er nicht nur die Höhenabhängigkeit enthält, die linear gut angenähert werden kann, sondern auch die Störungen durch örtliche topographische Einflüsse. Es gibt aufwendige Modelle, die eine Berücksichtigung örtlicher und regionaler topographischer Einflüsse ermöglichen [9]; bei Anwendungen mittlerer Genauigkeit wie dem WELMEC-Gravitationszonenkonzept sind diese jedoch zu komplex und praktisch nicht anwendbar. Zur Abschätzung der Unsicherheit des zweiten Teils der Fallbeschleunigungsformel, Gl. (2), wurde daher eine Auswahl von etwa 60.000 Messdaten aus einer europäischen Datenbank [10] des Institutes für Erdmessung (IfE) der Universität Hannover analysiert, siehe Bild 5.

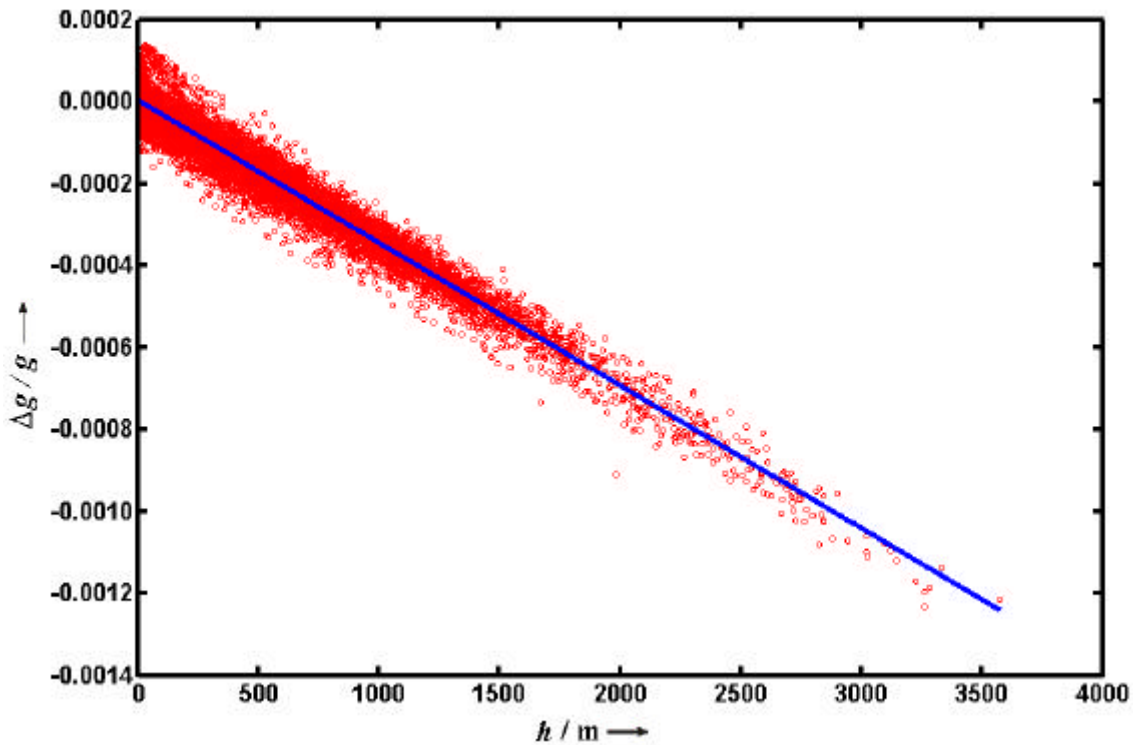


Bild 5: Regressionsanalyse von ca. 60.000 Schwereanomalien  $\Delta g$  in Abhängigkeit von der Höhe über dem Meeresspiegel,  $h$ ; die Schwereanomalien wurden mit Hilfe von Messdaten aus einer europäischen Gravitationsdatenbank berechnet.

Hier sind die Schwereanomalien  $\Delta g$  gegen die entsprechenden Höhen über dem Meeresspiegel,  $h$ , aufgetragen. Die Schwereanomalien sind die Differenzen zwischen den mit der Normalschwereformel (Gl. (2), ohne den höhenabhängigen Term) berechneten  $g$ -Werten und den aus der Datenbank stammenden  $g$ -Werten. Durch eine Regressionsanalyse erhält man den linearen Fallbeschleunigungsgradienten

$$dg / dh = -3,082 \cdot 10^{-6} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{m}^{-1} \quad (10)$$

Dieser stimmt sehr gut mit dem in Gl. (2) verwendeten Freiluftgradienten des höhenabhängigen Terms überein und bestätigt damit das WELMEC-Konzept.

Es ist leicht zu erkennen, dass die Streuung von  $\Delta g$  mit zunehmendem  $h$  abnimmt, was dadurch erklärt werden kann, dass der Einfluss der örtlichen topographischen Effekte mit zunehmendem Abstand von der Erdoberfläche abnimmt. Es ist auch zu erkennen, dass die Anomalien nicht größer als etwa  $0,002 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$  bzw. relativ nicht größer als  $2 \cdot 10^{-4}$  sind. Eine Analyse der 60.000 Gravitationsdaten ergibt, dass 87,5 % der Schwereanomalien kleiner als  $0,5 \cdot 10^{-4}$  (relativ), 97,4 % kleiner als  $1,0 \cdot 10^{-4}$  und 99,5% kleiner als  $1,5 \cdot 10^{-4}$  sind. Nur 0,5 % der Anomalien sind größer als  $1,5 \cdot 10^{-4}$  (relativ); diese sind ausschließlich extremen Orten in den Alpen zuzuordnen, wie in Bild 6 zu erkennen ist. Hier sind die Schwereanomalien auf einer Karte Westeuropas graphisch dargestellt.

Bild 6 zeigt außerdem eine Auswahl von 50 westeuropäischen Städten, deren Schweredaten gesondert analysiert wurden. Diese Städte werden als repräsentative Stichprobe für Standorte in Europa angesehen, an denen Waagen der Klasse III für geschäftliche Zwecke aufgestellt sind, die also den gesetzlichen Anforderungen u.a. auch an eine korrekte Justierung unterliegen. Tabelle 3 enthält die vollständige Liste der ausgewählten Orte, einschließlich ihrer geographischen Daten, sowie die nach Gl. (2) berechneten  $g$ -Werte ( $g_w$ ),



die aus der Global Gravity Database des Bureau Gravimétrique Internationale (BGI) [12] stammenden  $g$ -Werte ( $g_D$ ) und deren relative Differenzen.

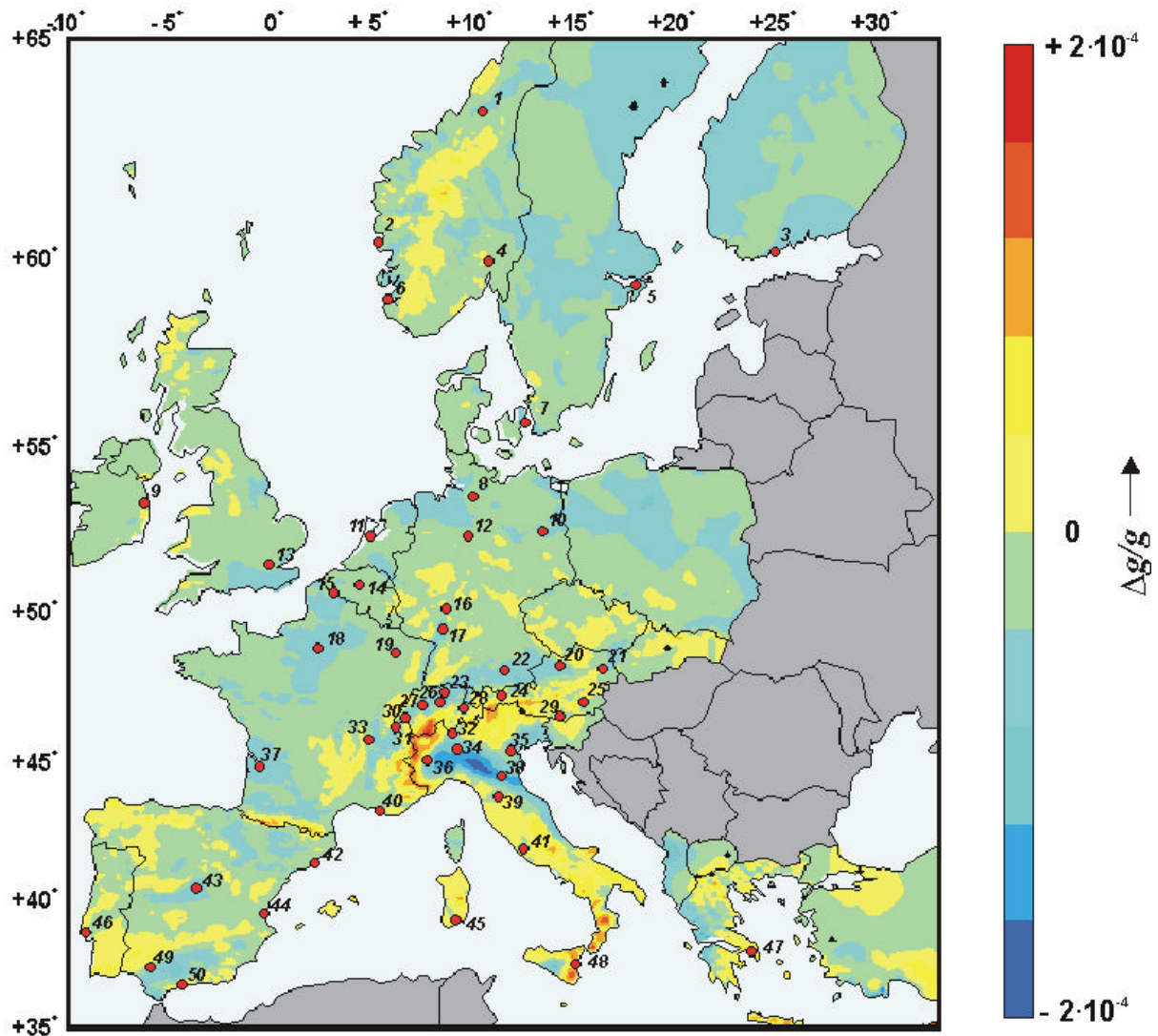


Bild 6: Graphische Darstellung der relativen Schwereanomalien  $Dg/g$  in Westeuropa. Die Darstellung veranschaulicht die Abweichungen der Näherungsformel, Gl. (2), von dem physikalischen Schwerefeld. Die größten Anomalien treten in den Alpen und in der norditalienischen Tiefebene auf. Die Nummerierung bezieht sich auf 50 ausgewählte europäische Städte (s. Tabelle 3).

Bild 6 und Tabelle 3 zeigen, dass die Beträge der relativen Schwereanomalien in den ausgewählten europäischen Städten, abgesehen von wenigen Ausnahmen, alle kleiner als  $5 \cdot 10^{-5}$  sind. Dieser Wert wird im Rahmen des WELMEC-Konzeptes als völlig ausreichend angesehen. Größere Anomalien bis maximal  $|\Delta g/g| = 1,2 \cdot 10^{-4}$  treten vor allem in topographisch bewegten Regionen auf, wie den Alpen, in Südtalien und in Teilen Griechenlands, sowie in der norditalienischen Tiefebene. Dies betrifft insbesondere die

| Nr. | Ort        | $j$   | $l$   | $h$  | $g_D$      | $g_W$      | $(g_D - g_W)/g_D$ |
|-----|------------|-------|-------|------|------------|------------|-------------------|
|     |            | in °  | in °  | in m | in $m/s^2$ | in $m/s^2$ |                   |
| 1   | Trondheim  | 63,44 | 10,48 | 29   | 9,821505   | 9,821683   | -0,000018         |
| 2   | Bergen     | 60,38 | 5,31  | 38   | 9,819297   | 9,819350   | -0,000005         |
| 3   | Helsinki   | 60,16 | 24,93 | 2    | 9,819066   | 9,819289   | -0,000023         |
| 4   | Oslo       | 59,90 | 10,76 | 8    | 9,819157   | 9,819067   | 0,000009          |
| 5   | Stockholm  | 59,33 | 18,05 | 9    | 9,818349   | 9,818612   | -0,000027         |
| 6   | Stavanger  | 58,97 | 5,73  | 6    | 9,818287   | 9,818334   | -0,000005         |
| 7   | Kopenhagen | 55,66 | 12,56 | 2    | 9,815473   | 9,815620   | -0,000015         |
| 8   | Hamburg    | 53,54 | 10,02 | 5    | 9,813730   | 9,813796   | -0,000007         |
| 9   | Dublin     | 53,34 | -6,25 | 6    | 9,813845   | 9,813619   | 0,000023          |
| 10  | Berlin     | 52,48 | 13,40 | 36   | 9,812669   | 9,812777   | -0,000011         |
| 11  | Amsterdam  | 52,36 | 4,85  | 2    | 9,812757   | 9,812777   | -0,000002         |
| 12  | Hannover   | 52,38 | 9,74  | 52   | 9,812642   | 9,812640   | 0,000000          |
| 13  | London     | 51,50 | -0,11 | 4    | 9,811897   | 9,812014   | -0,000012         |
| 14  | Brüssel    | 50,84 | 4,33  | 16   | 9,811426   | 9,811393   | 0,000003          |
| 15  | Lille      | 50,63 | 3,07  | 22   | 9,811225   | 9,811188   | 0,000004          |
| 16  | Frankfurt  | 50,11 | 8,70  | 101  | 9,810576   | 9,810482   | 0,000010          |
| 17  | Mannheim   | 49,49 | 8,53  | 101  | 9,809599   | 9,809928   | -0,000034         |
| 18  | Paris      | 48,86 | 2,35  | 36   | 9,809362   | 9,809564   | -0,000021         |
| 19  | Nancy      | 48,70 | 6,17  | 201  | 9,808841   | 9,808911   | -0,000007         |
| 20  | Linz       | 48,31 | 14,28 | 257  | 9,808211   | 9,808388   | -0,000018         |
| 21  | Wien       | 48,20 | 16,36 | 194  | 9,808429   | 9,808483   | -0,000006         |
| 22  | München    | 48,14 | 11,58 | 512  | 9,807232   | 9,807448   | -0,000022         |
| 23  | Zürich     | 47,39 | 8,50  | 401  | 9,806800   | 9,807115   | -0,000032         |
| 24  | Innsbruck  | 47,26 | 11,38 | 578  | 9,805531   | 9,806452   | -0,000094         |
| 25  | Graz       | 47,07 | 15,43 | 352  | 9,807092   | 9,806977   | 0,000012          |
| 26  | Luzern     | 47,02 | 8,31  | 451  | 9,805877   | 9,806627   | -0,000076         |
| 27  | Bern       | 46,92 | 7,49  | 510  | 9,805925   | 9,806354   | -0,000044         |
| 28  | Chur       | 46,84 | 9,54  | 770  | 9,804290   | 9,805480   | -0,000121         |
| 29  | Klagenfurt | 46,63 | 14,33 | 441  | 9,806191   | 9,806305   | -0,000012         |
| 30  | Lausanne   | 46,51 | 6,63  | 375  | 9,806036   | 9,806400   | -0,000037         |
| 31  | Genf       | 46,20 | 6,14  | 375  | 9,805767   | 9,806120   | -0,000036         |
| 32  | Lugano     | 46,01 | 8,91  | 279  | 9,805921   | 9,806244   | -0,000033         |
| 33  | Lyon       | 45,75 | 4,83  | 166  | 9,806326   | 9,806358   | -0,000003         |
| 34  | Mailand    | 45,46 | 9,28  | 110  | 9,805489   | 9,806268   | -0,000079         |
| 35  | Padua      | 45,40 | 11,88 | 12   | 9,806450   | 9,806516   | -0,000007         |
| 36  | Turin      | 45,05 | 7,69  | 220  | 9,805497   | 9,805557   | -0,000006         |
| 37  | Bordeaux   | 44,82 | -0,57 | 16   | 9,805661   | 9,805979   | -0,000032         |
| 38  | Bologna    | 44,50 | 11,35 | 50   | 9,804359   | 9,805584   | -0,000125         |
| 39  | Florenz    | 43,78 | 11,26 | 48   | 9,804929   | 9,804939   | -0,000001         |
| 40  | Marseille  | 43,30 | 5,37  | 5    | 9,804814   | 9,804638   | 0,000018          |
| 41  | Rom        | 41,89 | 12,49 | 50   | 9,803472   | 9,803228   | 0,000025          |
| 42  | Barcelona  | 41,39 | 2,17  | 20   | 9,803057   | 9,802871   | 0,000019          |
| 43  | Madrid     | 40,41 | -3,69 | 655  | 9,799666   | 9,800035   | -0,000038         |
| 44  | Valencia   | 39,48 | -0,38 | 6    | 9,801133   | 9,801209   | -0,000008         |
| 45  | Caqliari   | 39,21 | 9,12  | 2    | 9,801065   | 9,800982   | 0,000008          |
| 46  | Lissabon   | 38,71 | -9,15 | 5    | 9,800884   | 9,800531   | 0,000036          |
| 47  | Athen      | 38,00 | 23,74 | 100  | 9,800336   | 9,799613   | 0,000074          |
| 48  | Catania    | 37,52 | 15,07 | 82   | 9,800185   | 9,799248   | 0,000096          |
| 49  | Sevilla    | 37,38 | -5,99 | 10   | 9,799372   | 9,799348   | 0,000002          |
| 50  | Malaga     | 36,72 | -4,42 | 1    | 9,799073   | 9,798802   | 0,000028          |

Tabelle 3: Geographische Daten (Breite  $j$ , Länge  $l$ , Höhe  $h$ ) und Fallbeschleunigungswerte  $g$  für eine Auswahl von europäischen Städten, die als repräsentative Stichprobe von Standorten für eichpflichtige Waagen angesehen werden.  
 $g_W$ : nach "WELMEC-Formel", Gl. (2), berechnete Fallbeschleunigungswerte,  
 $g_D$ : gemessene Fallbeschleunigungswerte, entnommen der *Global Gravity Database* des BGI [12]

Städte Innsbruck (Nr. 24), Luzern (Nr. 26), Chur (Nr.28), Mailand (Nr. 34), Bologna (Nr. 38), Catania (Nr. 48) und Athen (Nr.47). Um auch hier die relative Abweichung auf maximal  $5 \cdot 10^{-5}$  zu begrenzen, wird empfohlen, für diese kritischen Regionen den  $g_D$ -Wert nach Tab.3 als Referenzwert  $g_R$  zu verwenden und diesen mit einem oberen und unteren Grenzwert anzugeben, wie es das WELMEC-Konzept ausdrücklich erlaubt.

## 5 Zusammenfassung

Das Gravitationszonenkonzept von WELMEC ermöglicht es, eichpflichtige Waagen, unabhängig von bestehenden nationalen Vorschriften, für jede beliebige Gegend in Europa direkt beim Hersteller zu justieren. Der genaue Aufstellungsort der Waage braucht nicht bekannt zu sein. Die einzige vom Benutzer zu beachtende Bedingung ist, dass der Aufstellungsort innerhalb der auf dem Kennzeichnungsschild oder dem Waagendisplay angegebenen Gravitationszone liegt. Das neue Konzept bietet einem Hersteller die optionale und flexible Möglichkeit, seine Waagen mit individuell ausgewählten Gravitationszonen zu kennzeichnen. Diese sind allein in Abhängigkeit von der geographischen Breite  $j$ , der Höhe über dem Meeresspiegel  $h$  und der Teilezahl  $n$  der Waage festgelegt sind. Aufgrund des relativ strengen Kriteriums, das zur Berechnung der maximal zulässigen Fallbeschleunigungsänderung innerhalb einer Gravitationszone verwendet wird, ist das WELMEC-Konzept praktisch auf Waagen der Klasse III beschränkt.

Durch eine Regressionsanalyse von nahezu 60.000 Gravitationsdaten aus einer europäischen Datenbank konnte nachgewiesen werden, dass die für die Justierung von Waagen einheitlich festgelegte Fallbeschleunigungsformel ausreichend genau ist. Dies gilt insbesondere für die westeuropäischen Städte, die als repräsentative Auswahl von Standorten für eichpflichtige Waagen der Klasse III näher analysiert wurden. Mit Ausnahme einiger weniger kritischer Regionen, wie den Alpen, der norditalienischen Tiefebene, Süditalien und einigen Teilen Griechenlands, sind alle relativen Schwereanomalien kleiner als  $5 \cdot 10^{-5}$  und somit im Rahmen des WELMEC-Konzeptes vernachlässigbar. Aber auch die größeren Schwereanomalien bis maximal  $1,2 \cdot 10^{-4}$  in den kritischen Regionen können im Rahmen des WELMEC-Konzeptes berücksichtigt werden.

Abschließend soll nicht unerwähnt bleiben, dass das WELMEC-Konzept aufgrund der Allgemeingültigkeit seiner Prinzipien und der verwendeten Normalschwereformel grundsätzlich nicht auf Europa beschränkt ist, sondern weltweit angewendet werden könnte.

## Literaturverzeichnis

- [1] *Schwartz, R.; Lindau, A.*: The New Gravity Zone Concept in Europe for Weighing Instruments under Legal Control. In: VDI/VDE-GMA (Hrsg.): Proc. International Conference IMEKO TC3/TC5/TC20, VDI-Berichte 1685, 2002, S. 265-272
- [2] Richtlinie des Rates 90/384/EWG vom 20.6.1990 zur Angleichung der Rechtsvorschriften der Mitgliedstaaten über nichtselbsttätige Waagen. Amtsblatt der Europäischen Gemeinschaft Nr. L189/1, 20.7.1990
- [3] Besondere Vorschriften für Waagen, deren Messergebnis von der Fallbeschleunigung abhängig ist.  
In: Gesetzliches Messwesen - Prüfanweisung (GM-P9), Deutsche Akademie für Metrologie, München, 9.1.2002, Kap. 5.3
- [4] *Barbato, G. et al.*: Gravity correction: An Italian preliminary proposal. OIML Bulletin Vol. XXXV, Nr. 2, 1994, S. 13-22
- [5] Aktuelle Informationen über nationale Regelungen zu Gravitationszonen siehe: <http://www.welmec.org/countries.asp/>, Country Index, Rubrik "Directive 90/384/EEC"
- [6] Gravity Zones. In: Directive 90/384/EEC - Common Application. WELMEC 2 (Issue 3), 2000, S 20-24.
- [7] a) *Thulin, A.*: The Local Value of  $g$ . OIML Bulletin, Nr. 94 (1984), S. 23-25  
b) *Thulin, A.*: A "Standardized" Gravity Formula. OIML-Bulletin Nr. 127, 1992, S.45
- [8] *Kohlrausch, F.*: Praktische Physik, Band 1, 24. Aufl., Teubner, Stuttgart, 1996
- [9] *Torge, W.*: Gravimetry. de Gruyter, Berlin, New York, 1989
- [10] *Torge, W. et al.*: "6'x10' free air gravity anomalies and elevations of Europe including marine areas". Marine Geophys. Res.7, 1984, S. 93-111
- [11] *Moritz, H.*: Physical Geodesy, Institute of Physical Geodesy, Technical University Graz, 1993
- [12] Global gravity database, Bureau Gravimetric International (BGI), 18.avenue E.Belin, 31401 TOULOUSE Cedex 4, France, email: [bgi@cnes.fr](mailto:bgi@cnes.fr)